



Fysikkolympiaden - Norsk finale 2019

Fredag 29. mars kl 08.30 til 11.00

Hjelpemidler: Tabell med formelsamling, lommeregner og utdelt formelark

Oppgavesettet består av 2 sider og det er 6 oppgaver.

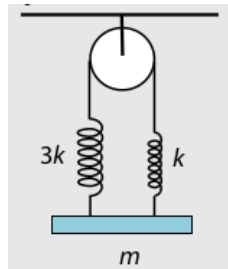
Alle deloppgaver gir 4 poeng.

Lykke til!

Oppgave 1

To batterier, det ene med en ems på $U_1 = 12,6 \text{ V}$ og indre resistans $R_1 = 0,050 \Omega$ og det andre med en ems på $U_2 = 12,2 \text{ V}$ og indre resistans $R_2 = 5,0 \Omega$, er koblet i parallell. Kretsen er lukket gjennom en resistans på $2,0 \Omega$. Finn strømmene gjennom de to batteriene.

Oppgave 2



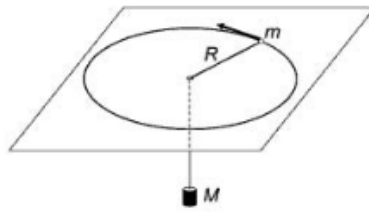
En planke med massen m henger horisontalt i to vertikale fjærer med fjærkonstanter k og $3k$. Fjærene er forbundet med ei snor som glir over ei friksjonsfri masseløs trinse. Hvis vi trekker planken ned og slipper den, svinger den opp og ned, men holder seg til en hver tid horisontal. Hva er perioden til svingningene? Vi oppgir at svingetida til et lodd med massen m som henger i en fjær med fjærkonstanten k er $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$.

Oppgave 3

En isterning med massen $1,0 \text{ kg}$ med temperatur -15° C blir sluppet opp i en isolert beholder som inneholder $2,0 \text{ kg}$ vann med temperaturen 55° C . Du kan se bort fra massen til beholderen. Du kan få bruk for at varmekapasiteten til vann er $c_v = 4,2 \text{ kJ/kgK}$, varmekapasiteten til is er $c_{is} = 2,1 \text{ kJ/kgK}$ og smeltevarmen til is er 334 kJ/kg .

- Vis at fellestemperaturen blir omtrent 8° C .
- Bestem endringen i entropi for systemet.

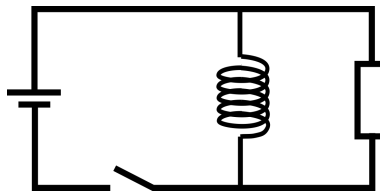
Oppgave 4



Ei kule med massen $m = 1,0$ kg er festet i ei snor og beveger seg i en sirkel med radien $R = 40$ cm på en horisontal flate. Snora går gjennom et hull i sentrum av sirkelen, og i enden av snora henger det et lodd med massen $M = 2,0$ kg. Hvis loddet slippes vil kula på det nærmeste være i avstanden $r = 10$ cm fra sentrum. Se bort fra friksjon alle steder.

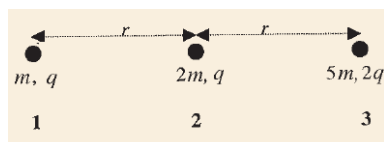
- Finne den største og den minste farta til kula.
- Finne akselerasjonen til loddet på det høyeste og laveste punktet i banen.

Oppgave 5



Figuren viser en krets med et batteri og en spole og en motstand i parallell. Anta at bryteren i utgangspunktet er åpen. Vi lukker så bryteren en stund og åpner den igjen. Tegn en graf som viser strømmen gjennom motstanden som funksjon av tida. Marker punktene der bryteren lukkes og åpnes. Det er ikke meningen at grafen skal være numerisk eksakt, men den skal vise kvalitativt hvordan strømmen endrer seg med tida.

Oppgave 6



Tre små positive ladninger holdes på plass som vist. Massene og ladningene er angitt på tegningen, og vi antar som kjent den opprinnelige avstanden r mellom ladningene. Alle tre ladningene slippes samtidig og beveger seg fritt, anta at de alltid holder seg på den samme linja. Finn den kinetiske energien til hver partikkel når de har kommet (uendelig) langt fra hverandre.

Fysikkolympiaden – Norsk finale 2019

Løsningsforslag

Oppgave 1

Vi kaller strømmene gjennom de to batteriene I_1 og I_2 og strømmen gjennom den ytre motstanden $I = I_1 + I_2$. Da må vi ha at

$$\begin{aligned}U_1 &= R_1 I_1 + RI \\U_2 &= R_2 I_2 + RI.\end{aligned}$$

Vi kan løse disse likningene på mange måter. For eksempel kan vi sette inn for I på høyre sidene og få

$$\begin{aligned}U_1 &= (R_1 + R)I_1 + RI_2 \\U_2 &= (R_2 + R)I_2 + RI_1.\end{aligned}$$

Fra den første av disse finner vi

$$I_2 = \frac{1}{R} [U_1 - (R_1 + R)I_1]$$

som vi setter inn i den andre

$$U_2 = \frac{R_2 + R}{R} [U_1 - (R_1 + R)I_1] + RI_1 = \frac{R_2 + R}{R} U_1 + \left[R - \frac{(R_2 + R)(R_1 + R)}{R} \right] I_1.$$

Når vi løser denne får vi

$$I_1 = \frac{(R_2 + R)U_1 - RU_2}{R(R_1 + R_2) + R_1 R_2} = 6,16 \text{ A.}$$

Fra symmetrien i problemet kan vi direkte skrive

$$I_2 = \frac{(R_1 + R)U_2 - RU_1}{R(R_1 + R_2) + R_1 R_2} = -0,018 \text{ A.}$$

Oppgave 2

Hvis vi trekker planken en strekning x ned fra likevektsposisjonen vil fjærene trekke tilbake med en samlet kraft F . Siden snora beveger seg fritt over trinsa må det være

samme kraft i begge fjærene, og den må være $F/2$. Den totale forlengelsen av begge fjærene er $2x$. Hvis vi kaller forlengelsene i hver fjær for x_k og x_{3k} , så må $x_k + x_{3k} = 2x$ og $3kx_{3k} = kx_k$. Dette gir $x_k = \frac{3}{2}x$ og $x_{3k} = \frac{1}{2}x$. Dermed er $F = 3kx$, som betyr at den effektive fjærkonstanten for hele systemet er $3k$. Vi kan sette dette inn i formelen for svingetid for en harmonisk pendel og får

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{3k}}.$$

Oppgave 3

- a) Vi kaller starttemperaturene $T_{is} = -15^\circ\text{C} = 258\text{ K}$ og $T_v = 55^\circ\text{C} = 328\text{ K}$ og smeltepunktet $T_0 = 0^\circ\text{C} = 273\text{ K}$. Massene er $m_{is} = 1,0\text{ kg}$ og $m_v = 2,0\text{ kg}$. Da er sluttemperaturen T gitt ved å balansere varmestrømmen ut av vann og inn i is

$$m_v c_v (T_v - T) = m_{is} c_{is} (T_0 - T_{is}) + m_{is} L_{is} + m_{is} c_v (T - T_0)$$

som vi løser og finner

$$T = \frac{m_v c_v T_v + m_{is} c_v T_0 - m_{is} c_{is} (T_0 - T_{is}) - m_{is} L_{is}}{m_v c_v + m_{is} c_v} = 280,66\text{ K} \approx 8^\circ\text{C}.$$

- b) Entropiendringen i vannet er

$$\Delta S_v = \int_{T_v}^T \frac{dQ}{T} = m_v c_v \int_{T_v}^T \frac{dT}{T} = m_v c_v \ln \frac{T}{T_v} = -1309\text{ J/K}$$

og i isen

$$\Delta S_{is} = m_{is} c_{is} \ln \frac{T_0}{T_{is}} + \frac{m_{is} L_{is}}{T_0} + m_{is} c_v \ln \frac{T}{T_0} = 1458\text{ J/K}$$

Den totale entropiendringen blir da $\Delta S = \Delta S_v + \Delta S_{is} = 149\text{ J/K}$.

Oppgave 4

- a) Vi kaller farta i avstanden r for v_r , farta i avstanden R for v_R og bruker bevaring av energi og spinn:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} m v_R^2 &= \frac{1}{2} m v_r^2 - Mg(R - r) \\ m v_r r &= m v_R R. \end{aligned}$$

Når vi løser disse to likningene får vi

$$v_r = \sqrt{\frac{2MgR^2}{m(R+r)}} = 3,5 \text{ m/s}$$

$$v_R = \sqrt{\frac{2Mgr^2}{m(R+r)}} = 0,89 \text{ m/s.}$$

b) Vi kaller snordraget S og akselerasjonen til loddet a . Da har vi

$$Ma = G - S$$

For kula er den radielle akselerasjonen også a , og snordraget går delvis til sentripetalakselerasjon og delvis til radiell akselerasjon:

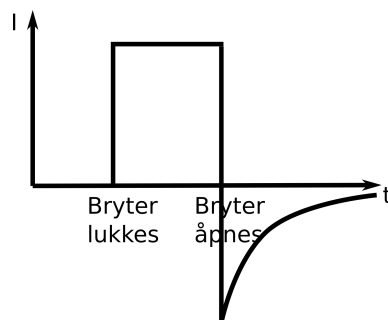
$$ma = S - m\frac{v^2}{r}$$

Vi løser disse to likningene og får at

$$a = \frac{Mg - mv^2/r}{m + M}$$

I det høyeste og laveste punktet blir det $a_R = 5,9 \text{ m/s}^2$ og $a_r = -35 \text{ m/s}^2$.

Oppgave 5



Når vi lukker bryteren vil det begynne å gå strøm gjennom både motstanden og spolen. Så lenge vi ser bort i fra indre resistans i spenningskilden vil den holde samme spenning over motstanden uavhengig av spolen, og dermed er strømmen gjennom motstanden konstant så lenge bryteren er lukket. Når vi åpner bryteren igjen vil det induseres en spenning i spolen som opprettholder strømmen gjennom den i samme retning som før. Denne strømmen går

gjennom motstanden i motsatt retning av den som var tidligere. Strømmen skifter altså fortegn, og avtar eksponensielt med tida.

Oppgave 6

Den potensielle energien i starten er

$$E_p = \frac{kq^2}{r} + \frac{2kq^2}{r} + \frac{2kq^2}{2r} = \frac{4kq^2}{r}.$$

Denne går over i kinetisk energi, og vi må finne ut hvordan den fordeler seg mellom de tre ladningene. Vi kaller avstanden mellom 1 og 2 for r_1 og mellom 2 og 3 for r_2 . Til å begynne med er $r_1 = r_2 = r$, og vi vil vise at de kommer til å fortsette å være like. Vi har akselerasjonene til de tre ladningene

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{kq^2}{m} \left(-\frac{1}{r_1^2} - \frac{2}{(r_1 + r_2)^2} \right) \\ a_2 &= \frac{kq^2}{2m} \left(\frac{1}{r_1^2} - \frac{2}{r_2^2} \right) \\ a_3 &= \frac{kq^2}{5m} \left(\frac{2}{(r_1 + r_2)^2} + \frac{2}{r_2^2} \right). \end{aligned}$$

Vi har at r_1 er avstanden mellom første og andre ladning. Da må den andrederiverte av denne med hensyn på tid være den relative akselerasjonen, dvs differansen mellom a_2 og a_1 . Hvis vi starter i en konfigurasjon der $r_1 = r_2 = r$ vil

$$\begin{aligned} \frac{d^2r_1}{dt^2} &= a_2 - a_1 = \frac{kq^2}{mr^2} \\ \frac{d^2r_2}{dt^2} &= a_3 - a_2 = \frac{kq^2}{mr^2}. \end{aligned}$$

Siden r_1 og r_2 starter likt og endrer seg likt må de være like til alle tider. Dermed har vi

$$\begin{aligned} a_1 &= -3\frac{kq^2}{2mr^2} \\ a_2 &= -\frac{kq^2}{2mr^2} \\ a_3 &= \frac{kq^2}{2mr^2}. \end{aligned}$$

Det betyr at $v_1 = -3v_3$ og $v_2 = -v_3$. Dermed er

$$E_{k1} = \frac{9}{16}E_p = \frac{9kq^2}{4r}$$

$$E_{k2} = \frac{2}{16}E_p = \frac{kq^2}{2r}$$

$$E_{k3} = \frac{5}{16}E_p = \frac{5kq^2}{4r}.$$