Universitetet i Oslo

Norsk Fysikklærerforening

Fysikk-OL – Norsk finale 2005

3. uttakingsrunde

Tid: Fredag 15. april kl 09.00 – 11.00
Hjelpemidler: Tabell/formelsamling, grafisk lommeregner
Oppgavesettet består av 7 oppgaver på 3 sider

Lykke til!

Oppgave 1
En bil med farten v kolliderer med en murvegg. Bilen har en kompresjonssone og bilen trykkes sammen i fronten med 1m. Vi antar at akselerasjonen er konstant under kompresjonen.
Sjåføren sitter 1m fra frontruta og bruker ikke bilbelte (fy!). Forklar at sjåføren treffer frontruta akkurat i det bilen stanser.

Løsning:
Bilen har gjennomsnittsfarten $v/2$ over en strekning på 1m.
Sjåføren har gjennomsnittsfarten v over en strekning på 2m.
Begge deler tar like lang tid.

Oppgave 2
Gass og fjærkraft
Et bevegelig tungt stempel henger i en fjær inne i en vertikal sylinder slik som vist på figurene til høyre. Når all luft er pumpet ut av sylinderen, er stemplet i likevekt som vist i diagram 1 med bare et neglisjerbart volum mellom stemplet og bunnen av sylinderen. Når en gassmengde med temperatur T blir sluppet inn under stemplet, hever dette seg til høyden h som vist i diagram 2.
Hvilken høyde får stemplet over bunnen av sylinderen dersom gassen varmes opp til temperaturen $2T$?
Anta at stemplet beveger seg uten friksjon, at fjæra følger Hookes lov og at gassen er ideell.

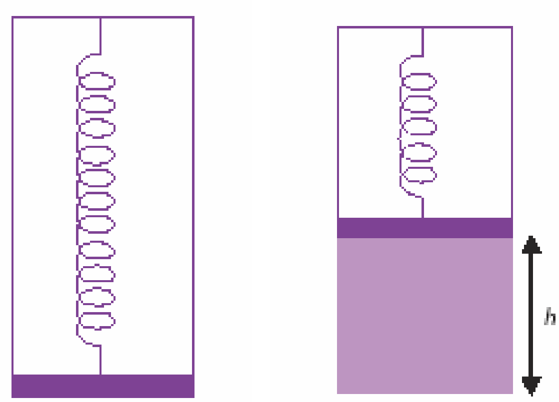


Diagram 1 Diagram 2

(Hookes lov: Fjærkrafta er proporsjonal med avstanden fra likevekt.)

Løsning:

Sett: k = fjærkonstanten
p = gasstrykket ved temperaturen T
P = gasstrykket ved temperaturen $2T$
A = stemplets areal
H = Stemplets høyde over bunnen ved temperaturen $2T$

For å holde stemplet i høyden h over den første likevektstillingen, trengs en kraft lik kh som må være lik trykkrafta fra gassen. Dette gir:

$kh = pA$ når temperaturen er T, *og*
$kH = PA$ når temperaturen er $2T$.

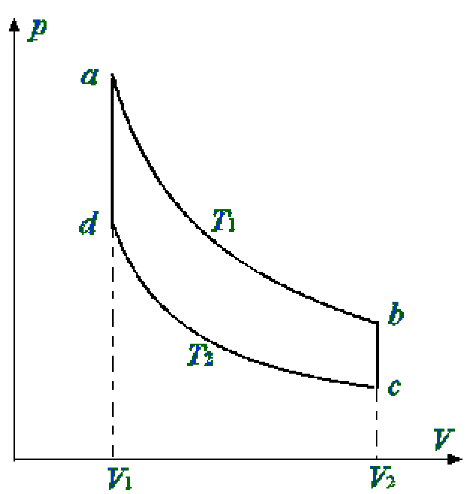
Tilstandslikningen for en ideal gass gir:

$$\frac{pAh}{T} = \frac{PAH}{2T}$$
$$\Downarrow$$
$$P = \frac{2ph}{H}$$

som vi setter inn ovenfor:

$$kH = \frac{2ph}{H}A \;\Rightarrow\; kH^2 = 2pAh \;\Rightarrow\; kH^2 = 2kh^2 \;\Rightarrow\; H = \sqrt{2}\,h$$

Oppgave 3
Termofysikk, Stirlingmotor



En Stirlingmotor er en varmekraftmaskin som arbeider i et omløp i et trykk-volumdiagram som vist på figuren. Vi skal se på en teoretisk motor der arbeidsgassen er n mol av en ideell gass. Fra punkt a til b utvides gassen fra volum V_1 til volum V_2 ved konstant temperatur T_1. Fra b til c går gassen ved konstant volum V_2 til temperatur T_2. Fra c til d komprimeres gassen ved konstant temperatur T_2 tilbake til startvolumet V_1, hvoretter den går med konstant volum tilbake til starttemperaturen T_1. Arbeidsgassens molare varmekapasitet er C_V.

Den molare gasskonstanten er $R = 8{,}31\dfrac{J}{mol \cdot K}$

a) Beregn arbeidet som motoren gjør på omgivelsene i løpet av ett omløp.
b) Beregn varme ut eller inn i arbeidsgassen for de fire delprosessene, dvs Q_{a-b}, Q_{b-c}, Q_{c-d} og Q_{d-a}.

Løsning:
a)

$dW = PdV$ og $PV = nRT$ gir etter integrasjon: $W = \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V} dV$

Vi får:

$$W = \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT_1}{V} dV + \int_{V}^{V_1} \frac{nRT_1}{V} dV = nR \int_{V_1}^{V_2} \frac{T_1}{V} - \frac{T_2}{V} dV$$

$$W = nR(T_1 - T_2) \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = nR(T_1 - T_2) \ln \frac{V_2}{V_1}$$

b)

$Q_{ab} = RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$ Inn

$Q_{bc} = C_V (T_1 - T_2)$ Ut

$Q_{cd} = RT_2 \ln \frac{V_2}{V_1}$ Ut

$Q_{de} = C_V (T_1 - T_2)$ Inn

Oppgave 4
Rotasjon
En karusell på en lekeplass består av en horisontal homogen sirkelskive, med samlet masse 150 kg, som kan rotere fritt om en vertikal akse gjennom sentrum. Skiva har radius 1,2 m.
Et barn med masse 30 kg løper med fart 3,0 m/s langs en tangent til karusellen, hopper på og holder seg fast ytterst på karusellen.
Finn vinkelfarten til barnet på karusellen dersom karusellen opprinnelig sto i ro.

Løsning:
Samlet treghetsmoment for barn og karusell =

$$I = \frac{1}{2} Mr^2 + mr^2 = r^2 (\frac{M}{2} + m)$$

$$I\omega = mvr$$

$$\omega = \frac{mvr}{I}$$

Vi setter inn for *I* og får:

$$\omega = \frac{mvr}{r^2 (\frac{M}{2} + m)} = \frac{mv}{r(\frac{M}{2} + m)} = \frac{30kg \cdot 3m/s}{1{,}2m(75kg + 30kg)} = 0{,}714\, s^{-1}$$

Oppgave 5
Gauss lov

Et ikke ledende kuleskall med innerrdius a og ytterradius b har ladningstettheten $\rho = \frac{k}{r}$ der k er en konstant og r er avstanden fra kulesenteret. I tillegg er det en punktladning i kulesenteret med ladningen q.

Finn et uttrykk for k slik at det elektriske feltet i kuleskallet ($a<r<$b) blir konstant.

Løsning:
Ladningen i kuleskallet i avstand r fra kulesenteret:

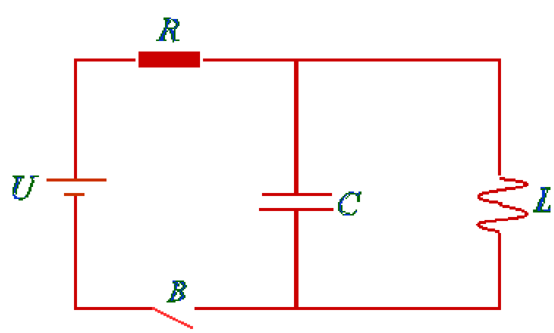
$$Q = \int_a^r \frac{k}{r} 4\pi r^2 dr = 2\pi k(r^2 - a^2)$$

E-feltet skal være konstant i skallet, altså lik verdien ved innerveggen av skallet.
Med Gaussflate i avstand r blir:

$$\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} + \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$$

Herav fåes at $k = \frac{q}{2\pi a^2}$

Oppgave 6
Vekselstrøm



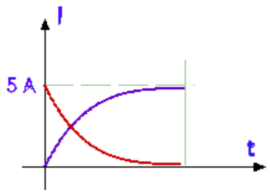
En likestrømkilde med spenningen U er koplet sammen med en kondensator og en spole slik figuren viser.
$C = 1{,}0\ \text{mF}$
$L = 0{,}040\text{H}$
$R = 4{,}0\,\Omega$
$U = 20\text{V}$
Resistansen utenom de 4 Ohm som er tegnet inn, er neglisjerbar.
Ved tida $t = 0$ slår vi strømmen på med bryteren B. Da er ladningen på kondensatoren lik null, og strømmen gjennom spolen er lik null.

a) Skisser grafer som viser hvordan strømmen gjennom kondensatoren og gjennom spolen endrer seg etter tidspunktet $t = 0$. (Kun grafens form, ikke nødvendig med regning.)
b) Finn den maksimale strømmen gjennom spolen.

Når spolestrømmen har blitt konstant, slås bryteren B av ved et tidspunkt t_1.

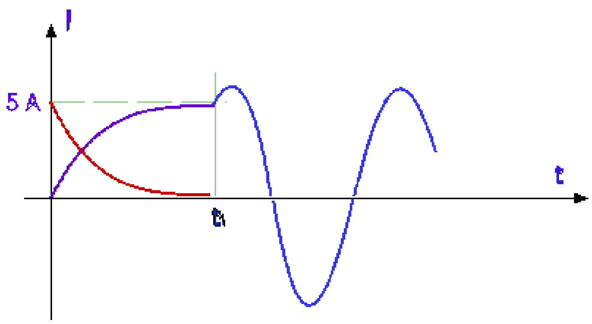
c) Vis ved å skissere fortsettelsen av grafen som du tegnet i a) hvordan spolestrømmen vil utvikle seg etter tidspunktet t_1. (Kun grafens form, ikke nødvendig med regning.)

Løsning:
a) Kondensator: rød linje, Spole: Blå linje

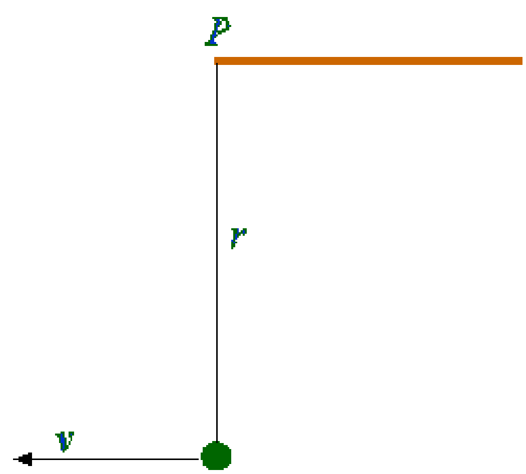


b) $I_{\max} = \frac{U}{R} = \frac{20}{4} A = 5{,}0 A$

c) Spolestrømmen fortsetter å øke til energien i kondensatoren er overført til spolen.



Oppgave 7
Sirkelbane og skrått kast
Et legeme henger i en masseløs snor fra enden av en stang slik figuren viser. Legemet gis en startfart v i horisontalretning mot venstre. Det vil så følge en sirkelbane opp til et punkt Q. Derfra er banen en parabel.



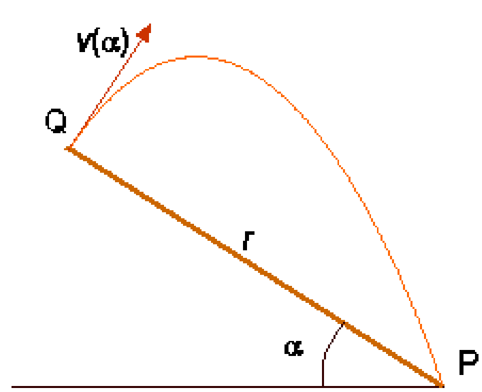
Hvor stor må startfarten v være for at kula skal treffe opphengningspunktet P?

Løsning:
Kula følger sirkelbanen opp til et punkt Q, og derfra en parabelbane til P.
La $v(\alpha)$ være den farten som trengs i Q for at parabelbanen skal treffe P.
Vi legger origo i Q og x-aksen langs QP og får:

$$a_x = g \sin \alpha$$

$$a_y = g \cos \alpha$$

Veiloven i y-retningen gir:



$$0 = vt - \frac{1}{2} g t^2 \cos\alpha \quad \Rightarrow$$

$$t = 0 \vee t = \frac{2v}{g\cos\alpha}$$

Veiloven i x-retningen gir da:

$$r = \frac{1}{2} g t^2 \sin\alpha = \frac{g\sin\alpha \cdot 4(v(\alpha))^2}{2g^2\cos^2(\alpha)}$$

$$v(\alpha) = \cos\alpha \sqrt{\frac{rg}{2\sin\alpha}}$$

Null snordrag idet sentripetalakselerasjonen er lik tyngdeakselerasjonens komponent langs QP:

$$\frac{v(\alpha)^2}{r} = g\sin\alpha$$

$$v(\alpha) = \sqrt{rg\sin\alpha}$$

Vi setter de to uttrykkene for $v(\alpha)$ lik hverandre og får

$$rg\sin\alpha_0 = rg\frac{\cos^2\alpha_0}{2\sin\alpha_0}$$

$$3\sin^2\alpha_0 = 1$$

$$\sin\alpha_0 = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

α_0 er vinkelen der snordraget blir 0, og der parabelbanen begynner.

Vi finner startfarten v som trengs for at farten i høyden $r + r\sin\alpha_0$ skal bli $v(\alpha_0)$:

$$\frac{1}{2}mv^2 = mg(r + r\sin\alpha_0) + \frac{1}{2}m \cdot v(\alpha_0)^2$$

$$v^2 = 2gr + 2gr\sin\alpha_0 + rg\sin\alpha_0$$

$$v^2 = rg(2 + \frac{3}{\sqrt{3}}) = rg(2 + \sqrt{3})$$

$$v = \sqrt{rg(2+\sqrt{3})}$$