Universitetet i Oslo

Norsk Fysikklærerforening

Fysikkolympiaden – Norsk finale 2010

3. uttakingsrunde

Fredag 26. mars kl 09.00 til 11.00

Hjelpemidler: Tabell/formelsamling, lommeregner og utdelt formelark

Oppgavesettet består av 6 oppgaver på 3 sider

Lykke til!

Oppgave 1

En seilbåt har satt spinnaker (ballongformet seil som brukes når vinden kommer rett bakfra). Vindens fart i forhold til vannet er u og seilbåtens fart i forhold til vannet er v. Vi antar at kraften på seilbåten fra vinden er gitt ved $F = k(u-v)^2$. Vi ser bort fra strøm i vannet.

Finn den maksimale effekten som vinden overfører til seilbåten.

Oppgave 2

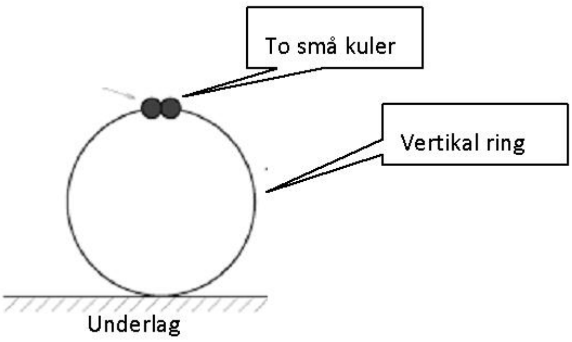
To småbarn, begge med masse 25 kg, sitter i hver sin ende av en tynn, horisontal planke med masse 10 kg og lengde 2,6 m. Planken roterer med 20 omdreininger per minutt om en vertikal akse gjennom midtpunktet.

Hva blir vinkelhastigheten hvis hvert barn flytter seg 60 cm mot midten uten å berøre gulvet?

Oppgave 3

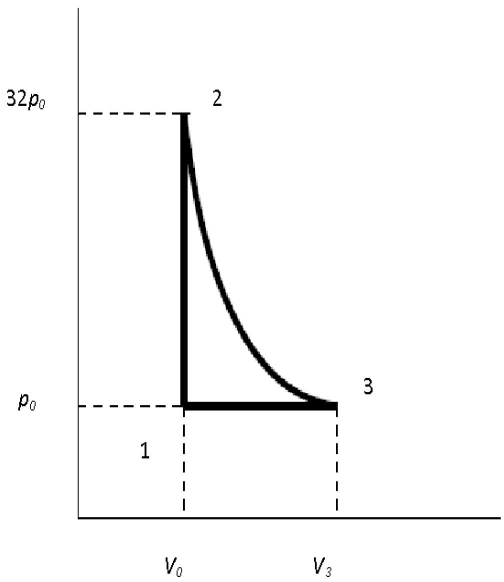
To små kuler, hver med masse m, kan skli uten friksjon på en vertikal ring med massen M (se figur). Kulene er tredd på ringen slik at de ikke kan falle av. De blir begge sluppet fra ro fra toppen av ringen og sklir i hver sin retning ned mot bunnen. Ringen står vertikalt hele tiden.

Bestem den maksimale verdien av m/M slik at ringen forblir i kontakt med underlaget hele tiden mens kulene sklir mot bunnen.



Oppgave 4

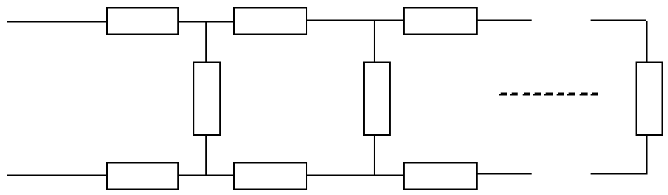
En enkel varmemaskin består av et stempel i en sylinder fylt med enatomig idealgass. I starten har gassen trykket p_0 og volumet V_0. Gassen blir sakte oppvarmet ved konstant volum. Trykket øker da til $32p_0$. Stempelet slippes så fri og gassen ekspanderer adiabatisk til trykket igjen er p_0. Så blir gassen kjølt ned under konstant trykk til den opprinnelige temperaturen.



Bestem, uttrykt ved p_0 *og* V_0, hvor mye varme som tilføres gassen gjennom en hel syklus.

(Du kan få bruk for at $C_V = \frac{3}{2}R$ for en enatomig idealgass.)

Oppgave 5

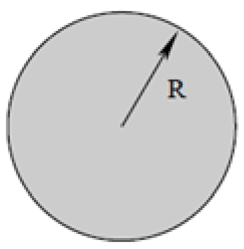


Figuren viser en uendelig lang sammenkopling av motstander. Alle motstandene har resistansen 1Ω.

Bestem den totale resistansen i kretsen.

Oppgave 6

En ladet partikkel med ladningen q og massen m blir gitt en kinetisk energi K_0 når den er i midten av et uniformt ladet sfærisk område med totalladningen Q og radien R. Q og q har motsatte fortegn. Det sfæriske ladede området kan ikke bevege seg.



Finn den verdien av K_0 som gjør at partikkelen akkurat vil nå grensen for det ladede området.

LØSNING

Oppgave 1

Effekten blir $P(v) = F \cdot v = k(u-v)^2 v$

$$\frac{dP(v)}{dv} = -2k(u-v)\cdot v + k(u-v)^2$$

som gir maksimalverdi for $v = \frac{u}{3}$

Dermed blir $P_{maks} = \frac{4}{27} k \cdot u^3$

Oppgave 2

Beregner de totale treghetsmomentene $I_{før}$ og I_{etter} (antar at plankens lengde er svært mye større enn bredden):

$$I_{før} = I_{planke} + 2\, I_{barn}^{før}$$

$$I_{før} = \frac{m_{planke}\ l^2}{12} + 2\, m_{barn}\ r_{barn}^2$$

$$I_{før} = \frac{10\ kg\ \cdot\ (2{,}6\ m)^2}{12} + 2\ \cdot 25\ kg\ \cdot (1{,}3\ m)^2$$

$$I_{før} = 90\ kgm^2$$

$$I_{etter} = I_{planke} + 2\, I_{barn}^{etter}$$

$$I_{etter} = \frac{10\ kg\ \cdot\ (2{,}6\ m)^2}{12} + 2\ \cdot 25\ kg\ \cdot (0{,}7\ m)^2$$

$$I_{etter} = 30\ kgm^2$$

Ingen ytre kraftmomenter betyr at spinnet bevares når barna flytter seg.

$$L_{før} = L_{etter}$$

$$I_{før}\ \omega_{før} = I_{etter}\omega_{etter}$$

$$\omega_{etter} = \frac{I_{før}\ \ \omega_{før}}{I_{etter}}$$

$$\omega_{etter} = \frac{90\ kgm^2 \cdot (\frac{20 \cdot 2\pi}{60\ s})}{30\ kgm^2}$$

Dermed får vi: $\omega_{etter} = 6{,}4\ s^{-1}$

Oppgave 3

Vi kaller normalkraften på en av kulene F_N, ringen har radien r, og θ angir posisjonen målt fra toppen.

Da får vi :

$$F_N + mg\cos\theta = m\frac{v^2}{r}$$

$$F_N = m\frac{v^2}{r} - mg\cos\theta$$

og vertikalkomponenten blir:

$$F_{Ny} = F_N \cos\theta$$

Vi får da en vertikal kraft som virker oppover F_u på ringen fra de to kulene ($0 < \theta < \pi/2$).

$$F_u = 2F_{Ny}$$

$$F_u = 2m\cos\theta\left(\frac{v^2}{r} - g\cos\theta\right)$$

Videre gir energibevaring:

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgr\left(1 - \cos\theta\right)$$

$$\frac{v^2}{r} = 2g\left(1 - \cos\theta\right)$$

som innsatt gir:

$$F_u = 2m\cos\theta\left(2g\left(1 - \cos\theta\right) - g\cos\theta\right)$$

$$F_u = 2mg\left(2\cos\theta - 3\cos^2\theta\right)$$

Grensen for at ringen skal holde seg på underlaget hele tiden er at

$$F_u \leq Mg$$

Vi finner $F_{u(maks)}$ ved å derivere.

$$\frac{d}{d\theta}F_u = 2mg(2 - 6\cos\theta)(-\sin\theta)$$

Den deriverte blir lik null for $\cos\theta = \frac{1}{3}$, og:

$$F_{u(maks)} = \frac{2}{3}mg$$

Og betingelsen blir dermed:

$$\frac{m}{M} \leq \frac{3}{2}$$

Oppgave 4

Vi får:

$$Q_{1-2} = nC_V \Delta T_{1-2}$$
$$Q_{2-3} = 0$$
$$Q_{3-1} = -nC_p \Delta T_{3-1}$$

$$C_V = \frac{3}{2}R \text{ og } C_p = \frac{5}{2}R \quad (C_p = C_V + R)$$

Vi trenger V_3 *og* T_3

For den adiabatiske prosessen har vi $pV^\gamma = \text{konstant}$ og for enatomig idealgass er $\gamma = 5/3$.

$$\frac{p_2}{p_3} = \left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{\frac{5}{3}}$$

$$\frac{32p_0}{p_0} = \left(\frac{V_3}{V_0}\right)^{\frac{5}{3}}$$ som gir $V_3 = 8V_0$

Videre er $\frac{V_0}{T_0} = \frac{V_3}{T_3}$ som gir $T_3 = 8T_0$

$$Q = n\frac{3}{2}R \cdot 31T_0 - n\frac{5}{2}R \cdot 7T_0$$

som kombinert med $\frac{p_0V_0}{T_0} = nR$ gir $Q = 29p_0V_0$

Oppgave 5

Siden rekken av motstander er uendelig lang, kan vi betrakte hele kretsen som bestående av to motstander i serie med en parallellkopling av R og R_T (resten av kretsen er også uendelig).

Da får vi:

$$R_T = 2R + \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_T}\right)^{-1}$$

$$R_T^2 - 2R_T - 2 = 0$$

Og vi får: $R_T = (1 + \sqrt{3})\,\Omega$

Oppgave 6

q og Q har motsatte fortegn.

Ladningstettheten i området er $\rho = \dfrac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$

Ladningen innenfor radien r: $q = Q\dfrac{r^3}{R^3}$

Gauss lov gir:

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0} = \tfrac{4}{3}\pi R^3 \rho \frac{r^3}{R^3}$$

$$E = \frac{\rho \cdot r}{3\varepsilon_o}$$

Potensialforskjellen mellom sentrum og overflaten av det ladede området:

$\Delta U = \int_0^R E\,dr$ som gir

$$\Delta U = \frac{\rho R^2}{6\varepsilon_0}$$

Da blir $K_0 = q \cdot \Delta U = \dfrac{qQ}{8\pi R\varepsilon_0}$