FYSIKK-OLYMPIADEN 2018 - 2019

Andre runde: 5. februar - 2019

Varighet: 3 klokketimer
Hjelpemidler: Tabell med formelsamling, lommeregner
Oppgavesettet består av 2 sider og det er 6 oppgaver.
Fysikk-OL-komiteen ønsker å legge ut på våre nettsider (https://www.mn.uio.no/fysikk/forskning/grupper/skolelab/fysikk-ol/) navnene på elever som får 50 % eller mer av full poengsum på OL-runde 2. Hvis det viser deg at du er blant disse som får $>$ 50 % - er det greit at navnet og resultatet ditt står på nettsiden?

Skriv øverst på arket: Navn, fødselsdato, e-postadresse, skolens navn, og JA eller NEI til navn og resultat på nettside.
Lykke til!

Oppgave 1 (4 poeng)

Et batteri med spenningen (ems) 6 V har også en indre resistans r. Den indre resistansen kan tenkes som en motstand koplet i serie med batteriet. Batteriet er laget slik at det kan gi maksimalt 3 A. Batteriet koples i serie med en ytre motstand med resistansen R.

a) Vis at vi får maksimal effekt i den ytre motstanden når $r = R$.

b) Finn den maksimale effekten i den ytre motstanden.

Oppgave 2 (4 poeng)

En urankjerne som ligger i ro henfaller slik:

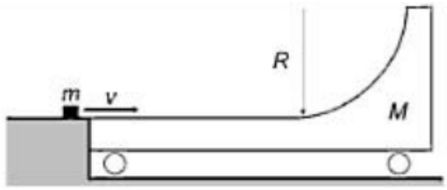
$$^{238}_{92}\mathrm{U} \rightarrow {}^{234}_{90}\mathrm{Th} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} + \gamma$$

γ-strålingen har frekvensen 1,2$\cdot 10^{19}$ Hz. Finn farten til α-partikkelen når vi antar (med ganske god tilnærming) at Th-kjernen blir liggende i ro etter spaltingen.

Oppgave 3 (4 poeng)

Et dobbeltstjernesystem består av to like stjerner, hver med en masse lik solas masse. De to stjernene går i sirkelbane rundt det felles tyngdepunktet slik at jorda ligger svært nær stjernenes baneplan. Idet stjernene sett fra jorda er lengst mulig fra hverandre, er vinkelavstanden mellom dem 6,45$\cdot 10^{-5}$ radianer. Samtidig viser de to stjernespektrene at H-linja, med bølgelengde 410 nm i laboratoriet, for de to stjernene skiller seg fra hverandre med en forskjell på 0,0052 nm. Beregn stjernesystemets avstand fra jorda målt i lysår.

Oppgave 4 (4 poeng)



Ei vogn med massen M har form som vist på figuren. Overflaten er friksjonsfri med en horisontal del og en kvartsirkel med radien R. Vogna kan trille fritt uten friksjon langs en horisontal vei. En kloss med massen m glir inn på vogna med farten v. Anta at farten er stor nok til at klossen forlater vogna på toppen av kvartsirkelen. Hva er det høyeste punktet i banen til klossen?

Oppgave 5 (4 poeng)

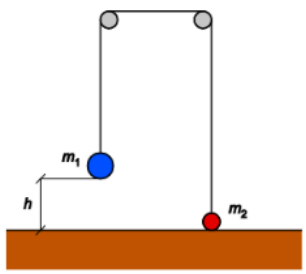
En glassrørsikring består av en tynn tråd av metall inni et glassrør. Om strømmen gjennom tråden blir tilstrekkelig stor, smelter tråden og sikringen går og bryter strømkretsen den er satt inn i. Vi antar at sikringen smelter helt jevnt, slik at strømmen brytes først når hele tråden har smeltet. Det vil derfor gå litt tid fra sikringen mottar høyere strøm enn den er laget for, til sikringen går. Dersom sikringen går innen et sekund fra det går dobbelt så stor strøm som sikringen er beregnet for, kalles det en rask sikring. Hvis ikke kalles det en treg sikring.

Vi har en sikring som består av en 0,14 mm tykk tråd av tinn som er 2,0 cm lang. Denne er beregnet til å tåle strømmer opp til 400 mA. Den har en resistans på 0,16 Ω. Spesifikk smeltevarme, q, for tinn er 59 kJ/kg, dvs. at man må tilføre 59 kJ for å smelte 1 kg tinn. Massetettheten til tinn, ρ, er 7,28 g/cm^3, dvs. at massen til en kubikkcentimeter tinn er 7,28 gram.

Til å begynne med går det en strøm på 400 mA, men så økes strømmen til 800 mA. Hvor lang tid vil det ta til sikringen går? Er dette en rask sikring ut fra definisjonen over?

Oppgave 6 (4 poeng)

To kuler med ulike masser er bundet sammen med en lett tråd som går over to trinser som vist på figuren. Trinsene er tilnærmet friksjonsfrie og er plassert høyt over bordoverflaten for ikke å forstyrre eksperimentet. Den venstre kulen er tyngre enn den høyre og er til å begynne med plassert i en avstand h over bordflaten. Den høyre kulen er til å begynne med i kontakt med bordet. Når den venstre kulen slippes vil begge kulene begynne å bevege seg.



a) Om den venstre kulen har tre ganger så stor masse som den høyre, $m_1 = 3m_2$, hva blir den største høyden til den høyre kulen?

b) Vi antar at det er mulig å endre kulenes masse fritt uten at tråden ryker eller trinsene går i stykker. Om de to kulene kan ha hvilken som helst masse i forhold til hverandre, hva er den største høyden den høyre kulen kan få?

FYSIKK-OLYMPIADEN 2018 - 2019

Løsningsforslag til 2. runde

Oppgave 1

a) Effekten er

$$P = RI^2 = R\left(\frac{U}{r+R}\right)^2$$

Deriverer uttrykket for effekten:

$$\frac{dP}{dR} = \frac{d}{dR}\left(\frac{R}{(r+R)^2}\right)U^2 = \frac{(r+R)^2 - 2(r+R)R}{(r+R)^4}U^2$$

Maksimal effekt når den deriverte er null, altså

$$(r+R)^2 - 2(r+R)R = 0$$

Det gir $r = R$.

b) Den indre resistansen skal begrense strømmen og må være

$$r = \frac{U}{I} = \frac{6\ \text{V}}{3\ \text{A}} = 2\Omega$$

Maksimal effekt blir da

$$P = RI^2 = rI^2 = r\left(\frac{U}{2r}\right)^2 = 4,5\ \text{W}$$

Oppgave 2

Fordi masse-energi er bevart i reaksjonen, blir massesvinnet i reaksjonen til reaksjonsenergi:

$$\Delta E = \Delta mc^2 = (238,0508 - 234,0436 - 4,0026)\cdot 1,66\cdot 10^{-27}\ \text{kg}\cdot(3,00\cdot 10^8\ \text{m/s})^2 = 6,87\cdot 10^{-13}\ \text{J}.$$

Reaksjonsenergien fordeler seg på energi til gammastrålingen og på kinetisk energi til partiklene på høyre side av ligningen. Energien til gammastrålingen er gitt ved $E = hf$. Samlet kinetisk energi etter spaltingen er derfor:

$$E_k = \Delta E - hf = 6,87 \cdot 10^{-13}\ \text{J} - 6,6 \cdot 10^{-34}\ \text{Js} \cdot 1,2 \cdot 10^{19}\ \text{Hz} = 6,79 \cdot 10^{-13}\ \text{J}.$$

Vi ser altså bort fra farten til Th-kjernen, og farten til α-partikkelen finnes ved å bruke at $E_k = \frac{1}{2}mv^2$. Farten blir:

$$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,79 \cdot 10^{-13}\ \text{J}}{4,0 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}}} = 1,4 \cdot 10^{7}\ \text{m/s}.$$

(Farten er høy, men ikke så høy at vi må regne relativistisk)

Ut fra oppgaveteksten er det også mulig å tenke seg en annen løsning: Siden Th-kjernen ligger i ro etter reaksjonen har den ingen bevegelsesmengde. Dvs at α-partikkelen og fotonet må ha like store og motsatt rettede bevegelsesmengder for at totale bevegelsesmengden skal være null slik den var før reaksjonen. Dermed er $mv = p = E/c = hf/c$ og dermed $v = hf/mc = 6286$ m/s. Vi ser at det gir et ganske annet resultat enn det vi fant over. Denne metoden er ikke riktig fordi fotonet i realiteten har så liten bevegelsesmengde at vi ikke kan se bort fra bevegelsesmengden til Th i forhold til fotonets bevegelsesmengde. Men for energiene kan vi gjøre det, og dermed er den første løsningen ganske nøyaktig og ikke denne.

Oppgave 3

Dopplereffekten gir stjernenes banefart v i forhold til felles tyngdepunkt:

$$v = \frac{\Delta\lambda}{2\lambda}c = \frac{0,0052\ \text{nm}}{2 \cdot 410\ \text{nm}} \cdot 3,0 \cdot 10^{8}\ \text{m/s} = 1902\ \text{m/s}$$

Gravitasjonskraft er lik sentripetalkraft gir avstanden r mellom stjernene:

$$\gamma\frac{m^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r/2}$$

$$r = \frac{\gamma m}{2v^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,99 \cdot 10^{30}}{2 \cdot (1902\ \text{m/s})^2} = 4,58 \cdot 10^{12}\ \text{m}.$$

Hvis $\alpha = 6,45 \cdot 10^{-5}$ radianer er vinkelavstanden mellom stjernene blir avstanden R fra jorda er gitt ved $R = \frac{r}{\alpha}$ der α er vinkelavstanden mellom stjernene:

$$R = \frac{r}{\alpha} = 2,84 \cdot 10^{17}\ \text{m} = 30\ \text{lysår}.$$

Oppgave 4

Idet klossen klossen forlater vogna må den bevege seg vertikalt rett oppover sett fra en observatør på vogna. Det vil si at den må ha samme horisontalhastighet V som vogna har fått. Bevaring av bevegelsesmengden gir da at

$$mv = (m+M)V, \qquad V = \frac{m}{m+M}v.$$

Idet klossen når sitt høyeste punkt har den ingen vertikalhastighet, men fortsatt horisontalhastigheten V, og det samme har vogna. Energibevaring gir da

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(m+M)V^2 + mgh$$

der h er høyden til toppunktet i banen regnet fra den høyden der klossen starter. Vi løser for h og får

$$h = \frac{M}{m+M}\frac{v^2}{2g}.$$

Oppgave 5

En sikring som er ved grensestrømmen sin vil ha en temperatur som er ved smeltetemperaturen. Den vil likevel ikke smelte, siden utstrålt energi her er lik energien den mottar gjennom strømmen som går gjennom den. Om du øker strømmen vil effekttapet i tråden øke, men den ekstra tilførte energien vil smelte tråden, ikke øke temperaturen. Utstrålt energi blir derfor den samme. Effekten som går til smeltingen vil derfor blir $P_{smelt} = P_{800mA} - P_{400mA}$. Fra $P = E/t$ er tiden det tar

$$\begin{aligned} t &= \frac{E_{smelt}}{P_{smelt}} = \frac{qm}{RI^2_{800mA} - RI^2_{400mA}} = \frac{q\pi r^2 l\rho}{RI^2_{800mA} - RI^2_{400mA}} \\ &= \frac{59000 \cdot \pi \cdot 0,000070^2 \cdot 0,020 \cdot 7280}{0,16 \cdot 0,800^2 - 0,16 \cdot 0,400^2}\ \text{s} = 1,7\ \text{s}. \end{aligned}$$

Det vil ta 1,7 sekunder før sikringen går, og dette vil derfor være en treg sikring.

Oppgave 6

a) Bevaring av mekanisk energi frem til den venstre kulen når bordflaten:

$$m_1gh = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 + m_2gh$$

Fra denne likningen finner vi

$$v^2 = 2\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}gh$$

Bevaring av mekanisk energi mens m_2 fortsetter til sitt høyeste punkt h_{maks}:

$$m_2gh + \frac{1}{2}m_2v^2 = m_2gh_{maks}$$

Dermed får vi

$$h_{maks} = \frac{v^2}{2g} + h = \frac{2m_1h}{m_1 + m_2}$$

Hvis $m_1 = 3m_2$ blir $h_{maks} = \frac{3}{2}h$.

b) I uttrykket for h_{maks} får vi om $m_1 \gg m_2$ at h_{maks} nærmer seg $2h$. Alternativt: Om $m_1 \gg m_2$ så vil den høyre kulen akselerere med g til den når høyden h. Deretter vil den i fritt fall fortsette å redusere farten over en like lang strekning til den stopper opp.