Ekstern rapport MAEC

I denne rapporten velger jeg å fokusere på tre tema som nevnes eksplisitt i mandatet:

- Gjennomføring/frafall
- Vurderingsordninger
- Undervisningsformer

Gjennomføring/frafall

Det første programrådsmøtet jeg deltok i (september 2017), tok opp alvorlige tall for frafall og gjennomføring. Kort oppsummert ville slike tilstander medført store tap av inntekter. Instituttet ville blitt så ribbet for ressurser at nedbemanning fort kunne blitt en aktuell problemstilling.

Tallene som ble rapportert fra møtet i januar (hvor jeg ikke deltok) var heldigvis mye bedre. Selv om det også her ble rapportert en del frafall underveis, tegner det et bilde av et langt mer moderat problem. Forskjellen mellom de to rapportene er mildest talt forvirrende. Den første rapporten kan brukes som argument for drastiske endringer, mens mindre justeringer kan være nok hvis rapport nummer to gir et riktig bilde av situasjonen. Et viktig spørsmål blir derfor om disse tallene ble beregnet på samme måte. Hvis svaret er ja, er det kanskje gledelig, men likevel frustrerende at tilstanden kan endre seg så voldsomt over natten. Hvis svaret er nei, må bedre metoder på plass. Diskusjonen rundt disse tingene bør tas opp på nytt når usikkerheten rundt grunnlagstallene er bedre avklart.

For å sette tallene i litt perspektiv, har jeg samlet inn noen karakterstatistikker fra andre norske universiteter. Jeg har sett på standard grunnkurs i matematikk arrangert av teknisk-naturvitenskapelige institutter. Resultater fra 2016 og 2017. Strykprosenter er uthevet i gult.

Norges Miljø- og biovitenskapelige Universitet

Kalkulus 1	6,1	18,31	21,13	20,19	11,27	23	11,11	13,99	20,58	13,99	13,99	26,34

NTNU TEK-NAT

Matematikk	22,22	20,63	9,52	11,11	7,94	28,57	38,24	8,82	5,88	8,82	11,76	26,47

Universitetet i Agder Teknologi og realfag

Matematikk 1	5,11	6,88	20,63	12,57	14,34	40,47	5,81	7,88	17,63	9,75	11,62	47,3

Universitetet i Bergen MAT-NAT

Grunnkurs i matematikk I	4,23	13,03	33,88	15,64	9,45	23,78	4,89	20,52	28,66	14,98	7,17	23,78

Universitetet i Oslo MAT-NAT

Kalkulus	7,78	20,61	26,4	16,64	7,78	20,8	7,68	23,03	30,52	13,86	7,68	17,23

Universitetet i Stavanger TEK-NAT

Matematiske metoder 1	6,74	12,2	33,7	12,75	13,48	21,13	7,94	8,39	24,04	13,38	15,65	30,61

Universitetet i Tromsø TEK-NAT

Kalkulus 1	10,98	19,08	20,23	15,03	8,09	26,59	5,41	15,68	26,49	16,76	9,73	25,95

Som vi kan se av resultatene har UiO de laveste strykprosentene i landet. Det er naturligvis en mager trøst, men tyder likevel på at mye blir gjort riktig. Det mest påfallende trekket er strykprosentene ved NTNU, de er svært høye når de ses i relasjon til inntakskvaliteten til studentene.

Strykprosentene i begynnerkurs i matematikk skiller seg imidlertid vesentlig fra nivået ellers ved norske universiteter. Fra tabellen under seg vi at gjennomsnittlig strykprosent er 8%, og at karakterfordelingene er relativt stabile over tid.

Institusjonsnavn	2012						2017					
	Emne						Emne					
	Karakter A %	Karakter B %	Karakter C %	Karakter D %	Karakter E %	Karakter F %	Karakter A %	Karakter B %	Karakter C %	Karakter D %	Karakter E %	Karakter F %
Nord universitet							9,39	23,58	30,38	18,09	8,24	10,33
Norges miljø- og biovitenskapelige universitet							14,42	29,58	27,86	13,54	6,95	7,65
Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet	12,74	25,49	32,83	13,4	7,38	8,16	13,54	28,39	28,45	14,46	7,16	8
Universitetet for miljø- og biovitenskap	12,6	26,74	30,44	15,25	6,9	8,06						
Universitetet i Agder	11,17	25,06	31,79	15,92	7,45	8,62	11,24	26,67	31,73	15,2	7,02	8,14
Universitetet i Bergen	11,57	27,89	32,7	15,62	6,04	6,18	11,7	27,11	32,41	15,33	6,63	6,82
Universitetet i Nordland	9,48	25,09	31,48	17,42	7,6	8,93						
Universitetet i Oslo	12,6	26,76	31,79	15,76	6,29	6,79	13,41	26,9	31,6	15,43	6,22	6,44
Universitetet i Stavanger	12,05	23,28	31,09	15,57	8,04	9,97	10,74	22,7	30,45	16,64	8,37	11,1
Universitetet i Tromsø - Norges arktiske universitet	10,24	23,67	31,06	17,29	8,03	9,7	11,72	24,53	30,37	16	8,02	9,37
Sum	**11,95**	**25,69**	**31,98**	**15,26**	**7,1**	**8,02**	**12,45**	**26,75**	**30,15**	**15,31**	**7,19**	**8,16**

En akseptabelt høy strykprosent kan virke positivt ved at den motiverer studentene til å ta studiene på alvor. Samtidig er det klart at dagens praksis påfører de matematiske instituttene betydelige økonomiske tap når vi måler i forhold til andre deler av universitetene.

Etter min erfaring er strykprosenter langt på vei en subjektiv politisk beslutning. Det vil i mange tilfeller være mulig å få strykprosenten ned mot 5-10% uten at en legger seg på et skandaløst lavt nivå. Jeg har i mange år undervist studenter med svært svake forkunnskaper, men lager i slike tilfeller oppgavesett som nesten alle klarer å bestå (0-12% stryk). Nøkkelen til slike lave strykprosenter er klare bestillinger kombinert med svært forutsigbare eksamensoppgaver. Kombinert med enkelte krevende spørsmål, kan en langt på vei opprettholde et anstendig nivå.

Vurderingordninger – kommentarer til praksis
I min forrige rapport diskuterte jeg kvaliteten på eksamensoppgavene og antydet at det kunne være ønskelig å følge utviklingen over tid. Her er noen subjektive vurderinger av enkelte fag målt opp mot bestillingen i den forrige rapporten. Samlet sett er totalinntrykket langt bedre enn ved forrige korsvei. Vurderingen gjelder den siste eksamenen i disse kursene.

MAT1100
Dette settet er på alle måter forbilledlig og akkurat hva jeg etterlyste i min forrige rapport. Det har oppgaver med en praktisk vinkling som ikke krever spesielle forkunnskaper og illustrerer hvordan matematikk kan brukes i praksis. Flertallet av oppgavene er enkle nok for den jevne student, mens jeg oppfatter de to siste spørsmålene på settet som svært krevende for dette nivået.

Strykprosenter de siste 5 år: 20,62 21,81 21,46 20,76 17,15

Strykprosentene er ikke urovekkende høye, men jeg mener instituttet likevel bør ha en ambisjon om å senke dem ytterligere.

MAT1110
Dette settet fungerer helt greit til å teste læringsutbytte og gi en fornuftig karakterfordeling. Settet har enkelte krevende momenter, men scorer lavt på innovasjon og praktiske anvendelser. Eksamen er etter mitt syn en gyllen anledning til å lære studentene noe nytt, og dette aspektet synes fraværende i dette settet. Jeg ville hatt et par enda enklere spørsmål, samt ett spørsmål litt mer utfordrende enn det jeg kan se her.

Strykprosenter de siste 5 år: 19,43 18 21,66 19 44,25

Den høye strykprosenten ved siste eksamen er overraskende ettersom det ikke er noe spesielt i spørsmålene som skulle indikere et så sterkt utslag. Erfaring viser imidlertid at selv en svært moderat økning i vanskegrad kan gi store utslag. Jeg har selv flere ganger «bommet» ved at spørsmål jeg trodde var helt enkle, viste seg å være for vanskelige for den jevne student. I første omgang kan det være nok å justere vanskegraden litt ned på et par spørsmål, mens en samtidig bør ha ambisjoner om å øke gjennomstrømningen ytterligere.

MAT1120
Settet har en svært god oppbygning og er godt egnet til å teste læringsutbytte. Det starter forbilledlig med helt enkle oppgaver, samtidig som abstraksjonsnivået øker jevnt utover i settet. Pluss for bruk av Matlab, selv om applikasjonen er noe uspennende. En av oppgavene kunne gjerne vært mer praktisk rettet, og jeg kunne gjerne sett ett mer dristig spørsmål som tester studentenes innovasjonsevne.

Strykprosenter de siste 5 år: 10,4 31,53 21,85 29,17 20,54

Strykprosentene er ikke urovekkende høye, men varierer for mye fra år til år. Eksempelet fra 2013 viser at det er mulig å få de aller fleste igjennom, og jeg mener det vil være ønskelig at resultatene legger seg stabilt på det nivået.

MAT2400
Målgruppen er på dette nivået en litt annen enn på nivåene under, og jeg mener settet treffer målgruppen bra. Settet tester på en fornuftig måte tekniske ferdigheter, og jeg ser ikke noe behov for endring av praksis. Ambisjonsnivået er svært høyt, men det mener jeg det bør være.

Strykprosenter de siste 5 år: 26,8   17,24   44,87   31,17   41,33

Strykprosentene i 2015 og 2017 er høye, men en høy strykprosent på dette nivået er ikke nødvendigvis et like stort problem som på nivåene under. Matematikk på forskningsnivå er ikke for alle, og det kan være nyttig for alle parter at svake studenter får et klart signal om å vinkle seg mot et mindre krevende studium.

Tiltak for svake studenter – en ekstremvariant
Siden 2011 har jeg undervist et kurs i anvendt matematikk for nautikkstudenter i Haugesund. Det er studenter med gjennomgående svake forkunnskaper, der et flertall har P-matematikk fra videregående. Ambisjonsnivået på eksamen er tilsvarende lavt, og det er naturligvis ikke min mening at UiO skal legge seg så lavt i nivå. Det kan likevel være nyttig å se hvordan jeg har funnet en løsning på problemet.

Jeg har laget et opplegg for disse studentene som får nesten alle igjennom (gjennomsnittlig stryk har vært 5%). Opplegget er ekstremt, men kan likevel gi noen assosiasjoner om hva slags tiltak som effektivt kan senke strykprosenten.

Eksamen er fokusert på tre oppgaver som alle dreier seg om å finne posisjonen til en båt ved tid t. Oppgaveteksten er formalisert i en mal, se appendix, der ordlyden til de fleste spørsmålene er gitt på forhånd.

I løpet av semesteret har studentene 3 obligatoriske innleveringer, som har samme format og ordlyd som eksamen. Opplegget er svært forutsigbart, med en krystallklar bestilling til studentene. Det virker svært motiverende, og nesten samtlige klarer å jobbe seg opp på ett nivå der de kan gjennomføre lengre utregninger uten feil. De eksterne sensorene har vært tildels forbløffet over hva disse studentene får til. 2-3 mer krevende spørsmål gjør at bare en håndfull får A eller B.

Jeg tror at forelesere i matematikk, undertegnede inkludert, har hatt en for sterk tendens til å gi oppgaver som tenderer til å teste IQ. I stedet for å passivt teste konkrete kunnskaper, gjør vi det mer spennende ved å vri på problemstillingen, gjerne ved å be studentene løse oppgavene «baklengs». Utviklingen har imidlertid gått i en retning der vi utdanner en stadig større andel av befolkningen, og det er ikke til å unngå at det generelle ferdighetsnivået er lavere enn før. Hvis vi skal ha som siktemål å få et stort flertall igjennom, er det mulig vi bør tenke nytt.

En modifisert mal kan bygge på følgende konstruksjon:

Oppgave 1 og 2
Enkle oppgaver som er grundig forberedt gjennom helt tilsvarende obligatoriske øvinger. Korte utregninger som selv middels/svake studenter kan klare å få til.

En slik organisering mener jeg er pedagogisk riktig. Den vil gi et flertall av studentene en følelse av mestring som kan motvirke frafall i løpet av semesteret, og gir alle studenter en rimelig sjanse til å vise at de faktisk kan noe. I løpet av semesteret er det viktig å kommunisere tydelig til studentene at det er slik eksamen vil bli organisert.

Oppgave 3
Noe mer krevende spørsmål som ikke i samme grad har vært terpet på tidligere. Bør starte enkelt, med en moderat økning i vanskegrad.

Oppgave 4
Ideelt sett en oppgave med et interessant, viktig, og gjerne overraskende poeng.
En slik oppgave bør normalt plasseres helt til slutt i settet. Et tema som studentene ikke har sett før, blir nesten alltid for krevende for et flertall av studentene.

Jeg prøver aldri å gjøre enkle problemstillinger vanskelige. Jeg tar heller opp ikke-trivielle problemstillinger, som tenderer til å ha ikke-trivielle løsninger. Innenfor denne konteksten organiserer jeg oppgaven slik at den blir så enkel som mulig. Det fungerer ofte bra, men det er ikke til å unngå at jeg noen ganger «bommer» på vanskegraden. I slike tilfeller kompenserer jeg ved å være tilsvarende snill eller streng ved sensuren.

Alternative undervisningsformer
Mange mener at fokus i høyere utdanning bør flyttes fra forelesninger til mer aktive formater. «Flipped classroom» er ofte nevnt is slike sammenhenger. Ved NHH har jeg utviklet et format som vi kaller samarbeidslæring. Det er en slags variant av «flipped classroom», men beholder den tradisjonelle forelesningen som ett av elementene. Formatet er populært blant studentene, og også andre forelesere har funnet inspirasjon i mitt konsept slik at det nå blir brukt i 3 ulike kurs.

NHH har laget en video hvor jeg presenterer opplegget:
https://www.youtube.com/watch?v=Mv8vqMVjZoE.

I appendix har jeg lagt ved et par filer. Den første gir en kort innføring i konstruksjonen, men den andre viser oppgavene som deles ut og løses i første gruppetime.

Samarbeidslæring er ikke noen stor eller genial nyvinning, men er lett å implementere og krever ikke spesielt store ressurser.

Videre arbeid
Slik jeg oppfatter saken er mandatet for ekstern programrådgiver relativt bredt. En klar svakhet med momentene jeg har tatt opp i denne rapporten, er at den en lite spesifikk i forhold til MAEC som konsept. Jeg har brukt en god del tid til å lese

emneevalueringer/informasjon om studiet. I all hovedsak er konklusjonen at det meste ser bra ut.

I rapporten for 2019 vil jeg ta sikte på en gjennomgang av hvert enkelt fag i MAEC. Fra det jeg har sett så langt, virker studiet å være vesensforskjellig fra det jeg selv møtte som student. Det legges nå mer vekt på numeriske beregninger i Python/Matlab, og andre sider av faget får dermed tilsvarende mindre vekt. Det er en utvikling som jeg finner interessant og viktig.

Det kan kanskje være på sin plass å få en ekstern bekreftelse på at sammensetningen av studiet som helhet er god og at faginnholdet er naturlig og velbegrunnet, men informasjonsverdien av en slik tilbakemelding vil være svært nær null. Fra mitt ståsted ville det være mer ønskelig om instituttet kunne gi signaler om ting de selv tenker på som svakheter og som kunne gi grunnlag for videre diskusjon/drøfting.

Bergen, 18 mai 2018

Jan Ubøe

Bokmål

Eksamen i: NAB 2010 MATEMATIKK III FOR NAUTIKK

Eksamensdag: ? 2011

Tid for eksamen: ?

Oppgavesettet er på 2 sider.

Tillatte hjelpemidler:

Alle skriftlige hjelpemidler og notater er tillatt.

Kontroller at oppgavesettet er komplett før du begynner å besvare spørsmålene.

Ved sensuren teller alle delspørsmål likt.

Oppgave 1

En båt kjører i en kanal der strømmen i posisjon x har en fart ved tid t lik

$$v_{\text{strøm}} = ??$$

Ved tid t kjører båten med farten

$$v_{\text{båt}} = ??$$

Ved tid $t = 0$ befinner båten seg i posisjon $x = ?$.

a) Finn en differensiallikning for posisjonen til båten.

b) Løs differensiallikningen og finn posisjonen til båten ved tid t.

c) Eventuelle tilleggsspørsmål.

Oppgave 2

En båt kjører på et kart der strømmen i posisjon (x, y) har en hastighet

$$\vec{v}_{\text{strøm}} = (??, ??)$$

Ved tid t kjører båten med en hastighet

$$\vec{v}_{\text{båt}} = (??, ??)$$

Ved tid $t = 0$ befinner båten seg i posisjon $x = ?$ og $y = ?$.

a) Finn likevekttilstanden ("Steady State") til systemet.

b) Finn posisjonen til båten ved tid t.

c) Eventuelle tilleggsspørsmål.

Oppgave 3

En båt kjører med fart $v =?$ knop langs en storsirkel fra $?°?'N?°?'E$ til $?°?'N?°?'E$.

a) Finn (x, y, z) koordinatene til start og sluttposisjonen.

b) Finn avstanden mellom start og slutt (avstanden langs storsirkelen). Hvor lang tid bruker båten på turen?

c) Beregn vektorene $\vec{k}$ og $\vec{\jmath}$

$$\vec{k} = \vec{P}_{\text{start}} \times \vec{P}_{\text{slutt}} / |\vec{P}_{\text{start}} \times \vec{P}_{\text{slutt}}| \cdot 6350$$

og

$$\vec{\jmath} = \vec{k} \times \vec{P}_{\text{start}} / 6350$$

d) Finn posisjonen til båten ved tid t.

e) Eventuelle tilleggspørsmål.

A short note on collaborative learning

The system I use to teach statistics has 3 components:

- Ordinary lectures.
- Collaborative learning in groups.
- Exercises from the book.

General
The central component in my system is collaborative learning; it is here we invest the most time and resources. Lectures can be replaced by video clips or other forms of self study, but I am not sure if that is important. From my experience student performance improves slightly if the students have spent some time on the topic before they attempt to do exercises. Having watched how students do problem solving for many years, the benefits of such preparations are depressingly low. Short sessions of active learning often accomplishes more than hours of passive learning through watching videos or lectures, or reading books!

I started using collaborate learning in groups nearly 30 years ago. The concept is very simple, can be understood in a few minutes, be used with success after only a few hours, and takes a lifetime to master to excellence. Even with 30 years experience, there still pops up situations for which I have no satisfactory solution. I have used the system at all levels, bachelor, master, and PhD, and am happy to conclude that a huge majority of the students are very enthusiastic. Some even claim that these groups are so much fun!

During my career I have had the fortune of teaching some truly brilliant students, and I never cease to be surprised of how much they struggle when they work with new material. Even PhD students struggle a lot. The basic thing I learned from this is that even very good students need to start out with really simple stuff. To make collaborative learning work, it is hence imperative that we start by sufficiently simple problems. Exercises in textbooks are often one step ahead of the students, so we need to start at an even lower level.

The exercises I use for collaborative learning are simple, but they do not reflect a final level of ambition. Once the basic machinery is understood, the students should progress to solve problems from the textbook. During the semester I post a selection of such problems for my students each week. They are mainly intended for self-study, but students who need help can follow plenary sessions where a TA discusses the solutions. With a proper mix of exercises it should suit most levels of ambition.

Organization

At the bachelor level I organize each class into 6-8 mini groups each with 4 persons (24-32 students in each class). I sometimes participate in these groups myself, but now they are mostly lead by two teaching assistants (TAs). The 4 persons in each mini group should work together to solve a set of problems. The problems are handed out at the start of each session, and the students have not seen any of these problems before class. In general I find that collaboration works much better if none the students had time to prepare. If I give people time to prepare, the class will be dominated by only a few brilliant students, while the remaining will take very little part in the discussion. Hence I find that the majority of the students get more out of classes when no one have time or occasion to prepare. Brilliant students are able to progress more quickly, so they, too, benefit from this.

The rules are very simple, no problems are solved on the blackboard! Hence each group have to work out the problems themselves. On the other hand they are allowed to ask the TAs for as much help as they need. The TAs should active take part in the discussions in each mini group, and should constantly circulate and actively seek information about the progress. My TAs report back that they find this teaching format stimulating and much more rewarding than the standard system where they write down solutions on the blackboard. The most beneficial part of my system is that it gives me and my TAs the opportunity to see directly how other people work. This is invaluable experience which will serve the TAs well if they ever get into a position where they need to communicate ideas to other people. I think learning at universities would benefit a lot if more lecturers took some time to see, face to face, how they students actually work.

Alternatives

I do not claim that my system is the best, and I do not believe that it is the only road to excellence. With limited teaching resources, it may be possible to post my problems for collaborative learning as exercises for self-study. Indeed some of my own students prefer to have it this way. As a special service to students that do not want to participate in the groups, I post the collaborative learning sets on a web-page, usually with a few weeks of delay.

Exercises for Chapter 1

What is mode, median, 1. and third quartile?

- *Mode is the most frequent observation.*
- *The median is a number such that half of the observations are smaller or equal and half of the observations are larger or equal.*
- *1/4 of the observations are below or equal to the 1. quartile, and 3/4 are larger or equal to the 1. quartile.*
- *3/4 are below or equal to the 3. quartile, and 1/4 are larger or equal to the third quartile.*

(These definitions are not strict, but the refinements are unimportant and do not matter at all in the exercises below.)

Problem 1
Here are 32 observations sorted in ascending order:

$$10, 10, 10, 10, 15, 15, 20, 20, 20, 20, 20, 20, 20, 20, 25, 25, 25, 25, 25, 30, 30, 35, 35, 35, 35, 35, 35, 35, 40, 40, 40, 40.$$

Find mode, median, 1. and 3. quartile.

What is the mean?
We find the mean $\overline{X}$ by adding all the observations and dividing the sum by the number of observations.

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\left(a_1 + a_2 + \cdots + a_n\right).$$

Problem 2
Find the mean of the numbers:

$$10, 10, 10, 90, 90, 90.$$

What happens to the mean if we increase all these numbers by 10? What happens with the mean if we increase all these numbers by a constant C?

Problem 3
A small village has 100 people at work, 99 of these have an annual salary of 10 000 USD, while one person has an income of 9 010 000 per year. What is the mean salary in the village? Is the mean well suited to decribe the wages in this case? What is the median salary?

What is the sample variance and the sample standard deviation?

- *The sample variance S_X^2 is a measure of the spread of the numbers.*

$$S_X^2 = \frac{1}{n-1}\left((a_1 - \overline{X})^2 + (a_2 - \overline{X})^2 + \cdots + (a_n - \overline{X})^2\right).$$

- *The sample standard deviation S_X is how much the numbers typically deviate from the mean.*

$$S_X = \sqrt{S_X^2}.$$

When it is clear from context that we discuss samples, it is common to drop the prefix sample.

Problem 4

(a) Find the sample variance and the sample standard deviation when we have three observations with value 10 and three observations with value 14. What happens to the sample variance and the sample standard deviation if we increase all the observations by 10? What if we instead multiply the observations by 10?

(b) Find the sample variance and the sample standard deviation when we have 10 000 observations with the value 10 and 10 000 observations with the value 14. How much do these numbers deviate from the mean?

Problem 5

20 observations have a mean equal to 100, and the sample variance is zero. How do the observations look like? 100 observations have a mean equal to 100 000, and the sample variance is 100. How (approximatively) do the observations look like? Can any of the observations be outside the interval $[99\,900, 100\,100]$?

What is the sample covariance and the coefficient of correllation between two samples?

- *The sample covariance S_{XY} is a measure of the covariation between two sets of numbers.*
- *The coefficient of correllation R_{XY} is a normalized covariance measuring the covariation against a theoretical maximum.*

$$R_{XY} = \frac{S_{XY}}{S_X \cdot S_Y}$$

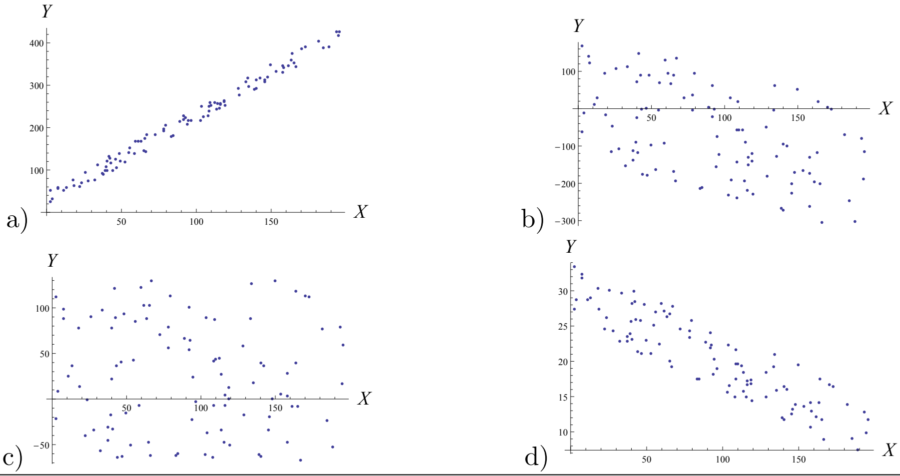
Positive covariation means that the numbers pulls in the same direction, while negative covariation means that the numbers pull in opposite directions.

Problem 6

The sample covariance between two sets of numbers is 80 000 000, while the standard deviations are $S_X = 20\,000$ and $S_Y = 5\,000$. How big is the coefficient of correllation?

Problem 7

The plots below show corresponding values of two quantities X and Y. Which signs have the covariances, and how large (approximatively) can the coefficients of correllation be?



How do we find the mean and the sample variance for a linear combination of two observation sets? If $Z = a \cdot X + b \cdot Y$, then

- $\overline{Z} = a \cdot \overline{X} + b \cdot \overline{Y}$.
- $S_Z^2 = a^2 \cdot S_X^2 + b^2 \cdot S_Y^2 + 2ab \cdot S_{XY}$.

Oppgave 8

Assume that the profit by selling 1 unit of good 1 is 4 USD and that the profit per unit is 6 USD for good 2. Assume that the mean sales are $\overline{X} = 100$ units of 1 and correspondingly $\overline{Y} = 200$ of good 2. What is the mean profit?

Oppgave 9

Assume that we have observed the stock price of two companies. Let X denote the stock price of company 1 and Y the stock price of company 2. We have observed the stock prices over a period of time and found $\overline{X} = 100$ and $\overline{Y} = 100$, while the sample variances were $S_X^2 = 400, S_Y^2 = 900$. The sample covariance were $S_{XY} = -600$, and the stock price today is 100 USD of both companies. We assume for simplicity that the stock will have the same mean and sample variance in the future.

(a) Assume that we are to invest in total 100 000 USD in these companies, and that we invest 50 % of the money in each company. The total value of the stocks is

$$Z = a \cdot X + b \cdot Y.$$

What are the values of a and b? Find the mean total value of the stocks in the future, and find the sample variance and the sample standard deviation for the total value.

(b) Which stock is the most insecure? Assume that we instead invest $x\%$ in company 1 and $y\%$ in company 2. How should we choose x and y to minimize the variance of our investment. Is it better to invest all the money in the most insecure stock? What is the correlation coefficient in this case?